



Classes : 5TQ1 5TQ3 5TQ4 5TQ5	Matière : MATH	Professeurs : sabrina@pizzolante.be chantal.hoessels@gmail.com
<u>STATISTIQUES A 2 VARIABLES : METHODE DES MOINDRES CARRES</u>		

1) Déterminer une droite de régression par la méthode des moindres carrés

Exemple : Voici un tableau dont les données sont peu nombreuses

x_i	2	5	6	7
y_i	2	1	8	5

- Dans le repère cartésien, construis le nuage de points
- Calcule le point moyen et place-le sur le graphique

$$\text{Moyenne des } x_i = \bar{x} = \frac{20}{4} = 5$$

$$\text{Moyenne des } y_i = \bar{y} = \frac{16}{4} = 4$$

Point moyen M : (5 ; 4)

- Complète le tableau qui va te permettre de calculer le paramètre m de la droite de régression

x_i	y_i	$X = x_i - \bar{x}$	$Y = y_i - \bar{y}$	$X \cdot Y$	X^2	Y^2
2	2	2 - 5 = -3	2 - 4 = -2	-3.(-2) = 6	(-3) ² = 9	(-2) ² = 4
5	1	5 - 5 = 0	1 - 4 = -3	0.(-3) = 0	0 ² = 0	(-3) ² = 9
6	8	6 - 5 = 1	8 - 4 = 4	1.4 = 4	1 ² = 1	4 ² = 16
7	5	7 - 5 = 2	5 - 4 = 1	2.1 = 2	2 ² = 4	1 ² = 1
$\sum x_i$ = 20	$\sum y_i$ = 16	/	/	$\sum X \cdot Y$ = 12	$\sum X^2$ = 14	$\sum Y^2$ = 30

Le symbole : $\sum x_i$ = la somme des chiffres de la colonne x_i

- Ecris l'équation de la droite de régression $d \equiv y = mx + p$

$$\text{Il y a une formule pour le paramètre } m = \frac{\sum X \cdot Y}{\sum X^2} = \frac{12}{14} = 0,86$$

On a déjà : $d \equiv y = 0,86x + p$

On va calculer le paramètre p en utilisant m et le point moyen M

On reprend : $y = 0,86x + p$ avec $x = 5$ et $y = 4$

$$4 = 0,86 \cdot 5 + p$$

$$4 = 4,3 + p$$

$$4 - 4,3 = p$$

$$-0,3 = p$$

On a l'équation de la droite $d \equiv y = 0,86x - 0,3$

Cette méthode s'appelle la méthode des moindres carrés

e) Détermine le coefficient de corrélation. (Indice de confiance)

$$r^2 = \frac{(\sum X.Y)^2}{\sum X^2 \cdot \sum Y^2} = \frac{12^2}{14 \cdot 30} = \frac{144}{420} = 0,34$$

On trouve toujours une valeur pour r^2 telle que $0 \leq r^2 \leq 1$.

Si r^2 est proche de 1, la corrélation est forte.

Si r^2 est proche de 0, la corrélation est faible

Ici r^2 est proche de 0, cela veut dire que la corrélation est faible.

Concrètement les points du nuage sont fort dispersés. Ils ne semblent pas s'aligner.

f) Comme pour la droite de Mayer, tu pourras répondre à des questions d'extrapolation en utilisant cette équation de droite.

Exercice n° 1 : Tu suis toutes les étapes de l'exemple pour réaliser cet exercice

Emma fait une expérience sur la dissolution du sel dans l'eau. Elle fait chauffer une certaine quantité d'eau à la température de 20°, ensuite elle ajoute lentement du sel jusqu'au moment où le sel ne se dissout plus.

Elle chauffe à nouveau le liquide et ajoute du sel en notant la quantité maximale qui se dissout à cette température plus élevée.

Les résultats figurent dans le tableau ci-dessous.

Température en °C	20	30	40	45	50	55	60
Quantité maximale de sel en grammes	29	32	36	38	40	41	43

a) Construis le nuage de points. Axe x = la température
Axe y = la quantité de sel

b) Calcule le point moyen et place-le sur le graphique

c) Complète le tableau

d) Ecris la droite de régression après avoir calculé les paramètres m et p .

e) Calcule le coefficient de corrélation

f) Calcule la quantité de sel qui correspond à une température de 80°C

g) Calcule la température qu'il faut atteindre pour une quantité maximale de 55 grammes