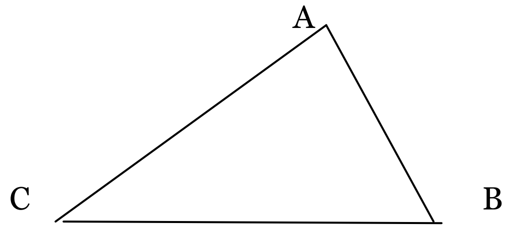
Classe : 4G	Matière : MATH	Professeurs : sabrina@pizzolante.be chantal.hoessels@gmail.com
Révisions : Chapitre 3.2 — Trigonométrie dans le triangle quelconque		

1. RÈGLE DES SINUS



Règle des sinus :

$$\frac{BC}{Sin\hat{A}} = \frac{AC}{sin\hat{B}} = \frac{AB}{sin\hat{C}} \ ou \ \frac{sin\hat{A}}{BC} = \frac{sin\hat{B}}{AC} = \frac{sin\hat{C}}{AB}$$

<u>Exemple</u> : $\hat{B} = 72°;\ \hat{C} = 55°\ et\ AB = 4{,}6\ cm. Calcule\ les\ 2\ autre\ côtés\ et\ l'angle\ \hat{A}.$

L'angle $\hat{A} = 53°$

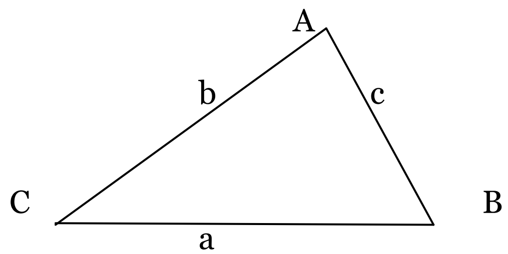
$$\frac{BC}{\sin 53°} = \frac{AC}{sin72°} = \frac{4{,}6}{sin55°}$$

BC = $\frac{4{,}6}{\sin 55°} . \sin 53° = 5{,}34\ cm$

AC = $\frac{4{,}6}{\sin 55°} . \sin 72° = 4{,}48\ cm$

Si on connaît 2 angles et un côté, on peut calculer le 3ème angle et les 2 côtés manquants.

2. RÈGLE DES COSINUS : théorème d'Al Kashi



Règle des cosinus :

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos\hat{A}$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\ \cos\hat{B}$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos\hat{C}$

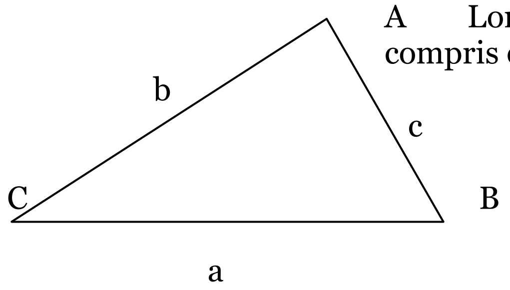
Exemple : AC = b = 6,7 cm ; CB = a = 11 cm et $\hat{C} = 46°$. Calcule AB = c et les 2 autres angles.

c² = a² + b² - 2ab.cos$\hat{C} = 11^2 + 6{,}7^2 - 2.11.6{,}7.cos46° = 63{,}49$

c = $\sqrt{63{,}49} = 7{,}97\ cm$

Pour calculer les 2 angles, tu peux utiliser la formule des sinus ou isoler le cos dans la formule précédente

3. AIRE D'UN TRIANGLE QUELCONQUE



Lorsqu'on connaît deux côtés d'un triangle et l'angle compris entre eux, l'aire de ce triangle

A du triangle = $\frac{b.c.sin\hat{A}}{2} = \frac{a.c.sin\hat{B}}{2} = \frac{a.b.sin\hat{C}}{2}$

Exemple : AC = b =6,7 cm ; CB = a = 11cm et $\hat{C} = 46°$

A du triangle = $\frac{6{,}7\,.11\,.\sin 46°}{2} = 26{,}5\ cm^2$

4. QUELLE FORMULE UTILISER

Si on connaît

- 2 angles et 1 côté : on utilise la somme des 3 angles d'un triangle et la formule des sinus
- 2 côtés et l'angle formé par ces 2 côtés : on utilise la formule des cosinus
- 3 côtés : on utilise la formule des cosinus

Attention : Veille à bien transformer les formules si nécessaire

Exemple : a² = b² + c² - 2bc.cosα

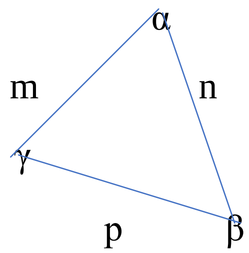
Cos α = $\frac{a^2-b^2-c^2}{-2bc}$

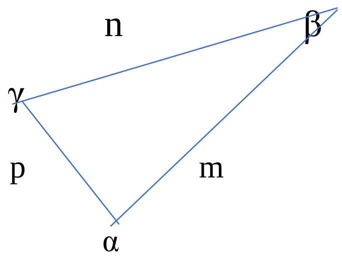
α = $cos^{-1}(\frac{a^2-b^2-c^2}{-2bc})$

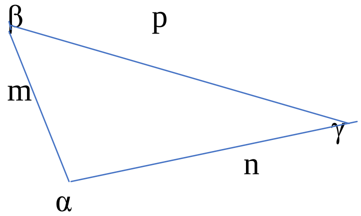
UAA3.2 Triangle quelconque : Exercices

1) Voici une série de formules et 3 triangles.
   A quel triangle peut-on appliquer chacune des formules ?

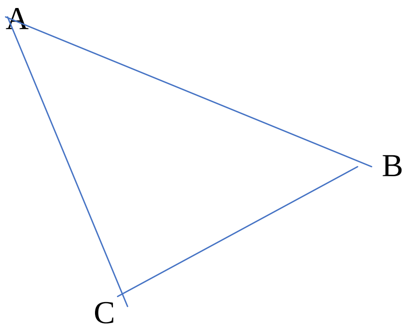
   a) $p^2 = n^2 + m^2 - 2mn\ cos\alpha$
   b) $m^2 = n^2 + p^2 - 2np\ cos\gamma$
   c) $n^2 = m^2 + p^2 - 2mp\ cos\beta$
   d) $\frac{p}{\sin\beta} = \frac{n}{sin\alpha} = \frac{m}{\sin\gamma}$
   e) $\frac{m}{sin\beta} = \frac{p}{sin\alpha} = \frac{n}{sin\gamma}$
   f) $\frac{n}{sin\beta} = \frac{p}{sin\alpha} = \frac{m}{sin\gamma}$
   g) aire = $\frac{mp\ sin\beta}{2}$
   h) aire = $\frac{np\ sin\beta}{2}$
   i) aire = $\frac{mn\sin\beta}{2}$



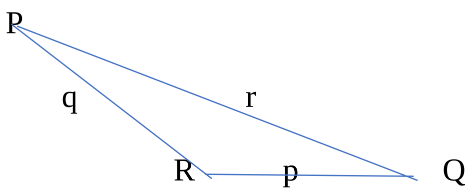




2) Transposer une formule : soit le triangle ABC
   a) écris la formule des sinus pour ce triangle
   b) écris la formule de l'aire quand on donne l'angle $\hat{C}$
   c) écris la formule des cosinus quand on donne l'angle $\hat{A}$



3) Dans le triangle PQR, on donne $\hat{P}$ = 29° ; $\hat{R}$ = 110° et p = 48mm. Calcule PQ.



4) Calcule l'aire des triangles. Fais un croquis de chaque triangle en y portant les mesures fournies.

α = 51,19°	a = 3,54 m	β = 73 ,32°
a = 5,78 m	b = 4,51 m	c = 3,05 m
c = 5,37 m	α = 71,34°	β = 47,41°
a = 2,336 cm	γ = 62,19°	b = 3,841 cm
β = 128,85°	γ = 21,63°	b = 2,036 m
b = 33 km	α = 59°	c = 24 km